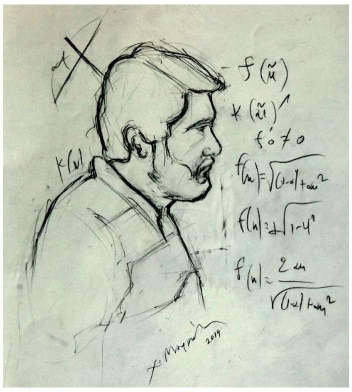
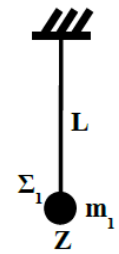
Σύλλογος Θετικών Επιστημόνων Δράμας	Διαγωνισμός στη μνήμη του καθηγητή: Βασίλη Ξανθόπουλου
	**Φυσική: Τάξη: Β΄** **Δράμα 3 Απριλίου 2016**

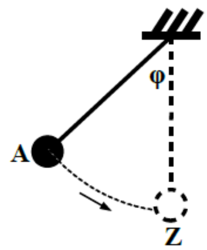
Σημειακό σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 1\,kg$ ισορροπεί κατακόρυφα στο ελεύθερο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Το νήμα είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο σε οροφή, έχει μήκος L και όριο θραύσης $T_{\theta\rho.} = 20\,N$ (Σχήμα 1).



Σχήμα 1

A_1. Υπολογίστε την τάση του νήματος, T, και επιβεβαιώστε ότι αυτή είναι μικρότερη από το όριο θραύσης $T_{\theta\rho.}$. Δίνεται: $g = 10\,m/s^2$

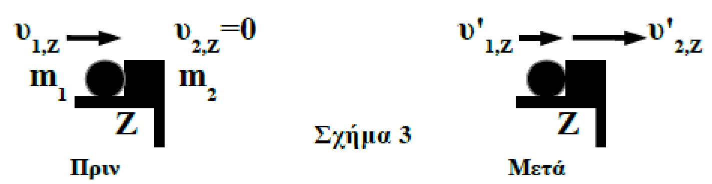
Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 κατά γωνία φ (θέση Α) και, στη συνέχεια, το αφήνουμε ελεύθερο (Σχήμα 2). Το σώμα κινείται προς την προηγούμενη θέση ισορροπίας του και το νήμα σπάει ακριβώς τη στιγμή που το σώμα περνάει από αυτήν (θέση Ζ).



Σχήμα 2

A_2. Εφαρμόστε την αρχή διατήρησης της ενέργειας και υπολογίστε τη γωνία εκτροπής του νήματος, φ.

Το σώμα Σ_1, τη στιγμή που σπάει το νήμα του στη θέση Ζ, έχει ταχύτητα $\upsilon_{1,Z} = 4\,m/s$ και συγκρούεται κεντρικά με ακίνητο σημειακό σώμα Σ_2 μάζας m_2. Μετά την κρούση τα δύο σώματα έχουν ταχύτητες $\upsilon'_{1,Z} = 1\,m/s$ και $\upsilon'_{2,Z} = 5\,m/s$. Η κρούση συμβαίνει τη χρονική στιγμή $t = t_0 = 0$ και η χρονική της διάρκεια είναι αμελητέα (Σχήμα 3).



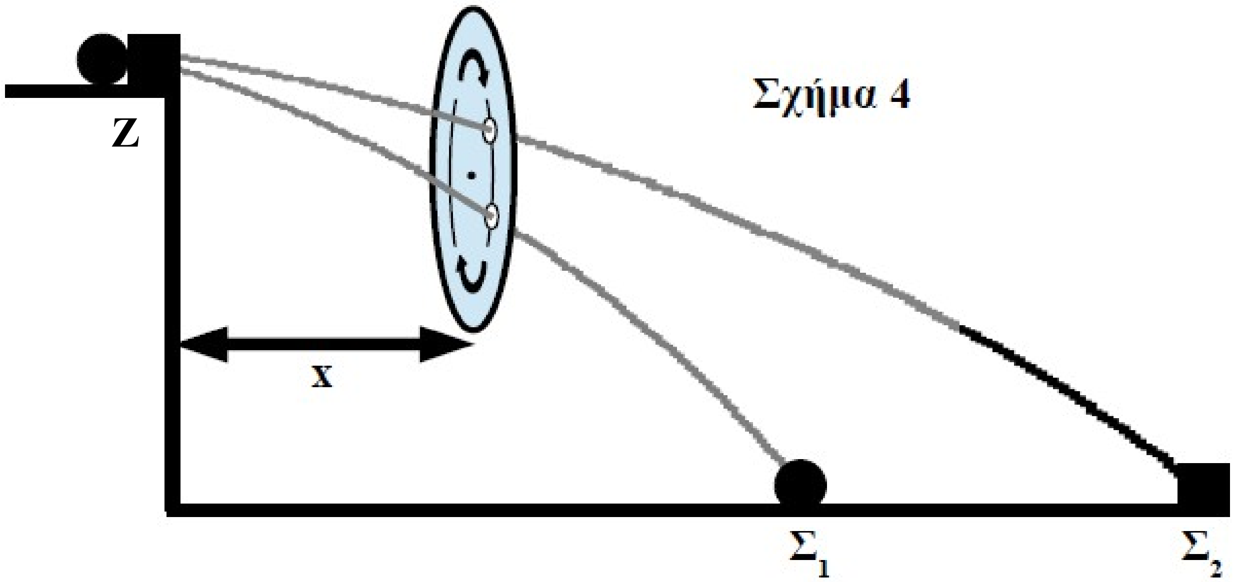
Σχήμα 3

B_1. Υπολογίστε τη μάζα, m_2, του σώματος Σ_2.

B_2. Διερευνήστε αν η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων διατηρείται κατά την κρούση.

B_3. Υπολογίστε τη γωνιακή ταχύτητα, $\omega_{1,Z}$, του σώματος Σ_1, τη στιγμή που σπάει το νήμα του στη θέση Ζ, ακριβώς πριν την κρούση του με το σώμα Σ_2.

Στη συνέχεια, τα δύο σώματα εκτελούν οριζόντια βολή. Μπροστά τους υπάρχει κυκλικός δίσκος, του οποίου το επίπεδο είναι κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς των σωμάτων. Ο δίσκος φέρει μια μικρή οπή σε σημείο του, που απέχει απόσταση $R=4{,}8\,m$ από τον άξονα περιστροφής του, και έχει σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega=5\pi/12\,rad/s$ ως προς αυτόν τον άξονα.
Κάποια χρονική στιγμή $t=t_2$ το σώμα Σ_2 περνάει από την οπή του δίσκου και, λίγο αργότερα, τη χρονική στιγμή $t=t_1$ περνάει και το σώμα Σ_1 από την (ίδια) οπή (Σχήμα 4). Επισημαίνεται ότι τα δύο σώματα είναι σημειακά και ότι στα σχήματα είναι μεγεθυμένα για λόγους ευκρίνειας.



Γ_1. Υπολογίστε τον λόγο $\lambda=\dfrac{t_1}{t_2}$.

Γ_2. Υπολογίστε την οριζόντια απόσταση, x , του δίσκου από τη θέση Ζ.
Δίνεται ότι η μοναδική μη-μηδενική λύση της εξίσωσης $\eta\mu(\pi\cdot\theta)=18\cdot\theta^2$ είναι η $\theta=1/6$ (όπως, πολύ εύκολα, μπορείτε να επαληθεύσετε και μόνοι σας!)

Τα πρώτα έξι υποερωτήματα (A_1-Γ_1) βαθμολογούνται με 3 μονάδες το καθένα και το τελευταίο υποερώτημα (Γ_2) βαθμολογείται με 2 μονάδες.

ΛΥΣΕΙΣ

Α$_1$. $T = m_1 \cdot g \ \rightarrow \ \boxed{T = 10\,N < T_{\theta\rho.} = 20\,N}$

Α$_2$. Αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σώμα Σ_1 στα σημεία Α και Ζ:

$$m_1 \cdot g \cdot (L - L \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi) = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_{1,Z}^2 \rightarrow 2 \cdot g \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) = \frac{\upsilon_{1,Z}^2}{L} \quad (1)$$

Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα στο σημείο Ζ, με τη βοήθεια της (1):

$$T' - m_1 \cdot g = \frac{m_1 \cdot \upsilon_{1,Z}^2}{L} \rightarrow T' = m_1 \cdot g \cdot (3 - 2 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi) \quad (\text{το } L \text{ απαλείφεται!})$$

Άρα: $T' = T_{\theta\rho.} = 20\,N \ \rightarrow \ \boxed{\varphi = 60^o}$

Β$_1$. Διατήρηση της ορμής κατά την κρούση:

$$m_1 \cdot \upsilon_{1,Z} + 0 = m_1 \cdot \upsilon'_{1,Z} + m_2 \cdot \upsilon'_{2,Z} \rightarrow 1 \cdot 4 + 0 = 1 \cdot 1 + m_2 \cdot 5 \ \rightarrow \ \boxed{m_2 = 0{,}6\,kg}$$

Β$_2$. Είναι:

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_{1,Z}^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon'^2_{1,Z} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2_{2,Z} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 16 + 0 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 \cdot 25 \ \rightarrow$$

$$\boxed{E_{\kappa,o\lambda} = E'_{\kappa,o\lambda} = 8\,J}$$

άρα η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται κατά την κρούση.

Β$_3$. Με $\upsilon_{1,Z} = 4\,m/s$ από τη σχέση (1) υπολογίζουμε ότι: $L = 1{,}6\,m$

Άρα: $\upsilon_{1,Z} = \omega_{1,Z} \cdot L \ \rightarrow \ \boxed{\omega_{1,Z} = 2{,}5\,rad/s}$

Γ₁. Είναι: $x = \upsilon'_{1,Z} \cdot t_1 = \upsilon'_{2,Z} \cdot t_2$ (2), επομένως: $\boxed{\lambda = \frac{t_1}{t_2} = 5}$ (3)

Γ₂. Επίσης: $y_1 - y_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2$, απ' όπου: $\Delta y = 5 \cdot (t_1^2 - t_2^2) = 120 \cdot t_2^2$ (4)

Για να είναι δυνατό να περάσουν και τα δύο σώματα από την οπή, πρέπει αυτή να έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα προς τα κάτω κατά Δy .

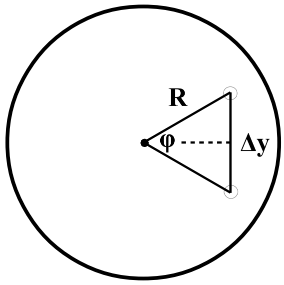
Αλλά (βλέπε γεωμετρία του προβλήματος στο Σχήμα 5): $\eta\mu \frac{\varphi}{2} = \frac{\Delta y}{2 \cdot R}$ (5)

όπου: $\varphi = \omega \cdot \Delta t$ με: $\Delta t = t_1 - t_2 = 4 \cdot t_2$ λόγω της (3).

Η (5) γίνεται: $\eta\mu \frac{\omega \cdot \Delta t}{2} = \frac{120 \cdot t_2^2}{2 \cdot R}$ ή $\eta\mu \frac{5\pi \cdot t_2}{6} = 12{,}5 \cdot t_2^2$

ή, αν $\theta \equiv \frac{5 \cdot t_2}{6} \rightarrow t_2 = \frac{6 \cdot \theta}{5}$, $\eta\mu(\pi \cdot \theta) = 18 \cdot \theta^2$.

Σύμφωνα με την υπόδειξη, η λύση είναι: $\theta = \frac{1}{6}$



Σχήμα 5

άρα: $t_2 = 0{,}2\,s$ και, τελικά, από την (2) βρίσκουμε: $\boxed{x = 1\,m}$