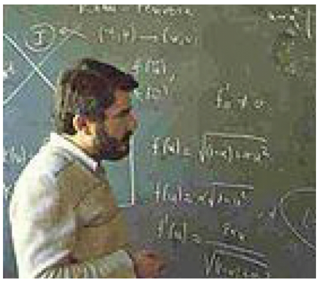
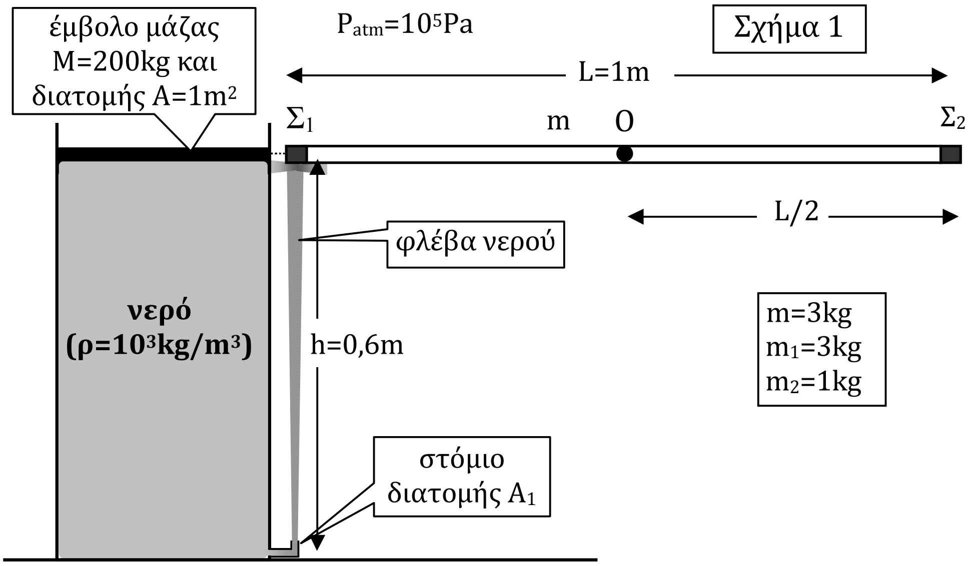
Σύλλογος Θετικών Επιστημόνων Δράμας



Διαγωνισμός στη μνήμη του καθηγητή
Βασίλη Ξανθόπουλου
Φυσική Γ΄ τάξης
Δράμα, 3 Απριλίου 2016

Λεπτή ομογενής και ισοπαχής ράβδος μάζας m=3kg και μήκους L=1m, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το μέσο της Ο. Η ράβδος έχει στερεωμένο στο ένα της άκρο σώμα Σ_1 μάζας m_1=3kg μικρών διαστάσεων και στο άλλο άκρο σώμα Σ_2 μάζας m_2=1kg επίσης μικρών διαστάσεων. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση όταν στο σώμα Σ_1 προσκρούει κατακόρυφη φλέβα νερού όπως δίνεται στο σχήμα. Το νερό έχει πυκνότητα $\rho=10^3$kg/m^3 και προέρχεται από στόμιο διατομής A_1 το οποίο βρίσκεται στον πυθμένα δοχείου διατομής A=1m^2. Πάνω από την επιφάνεια του νερού στο δοχείο υπάρχει έμβολο μάζας M=200kg που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Όταν η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση (σχήμα 1) το ύψος του νερού μέσα στο δοχείο είναι h=0,6m και το έμβολο βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με την ράβδο.

Δίνονται: Το νερό θεωρείται ιδανικό ρευστό, ενώ οι αντιστάσεις από τον αέρα θεωρούνται αμελητέες. Η ταχύτητα του εμβόλου θεωρείται επίσης αμελητέα. Η ροπή αδράνειας της ράβδου μάζας m γύρω από τον άξονα περιστροφής είναι $I_\rho= (1/12)\cdot m\cdot L^2$. Επίσης g=10m/s^2 και $P_{atm}=10^5$Pa.



1. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας εξόδου υ_o του νερού από το στόμιο. **(μονάδες 3)**

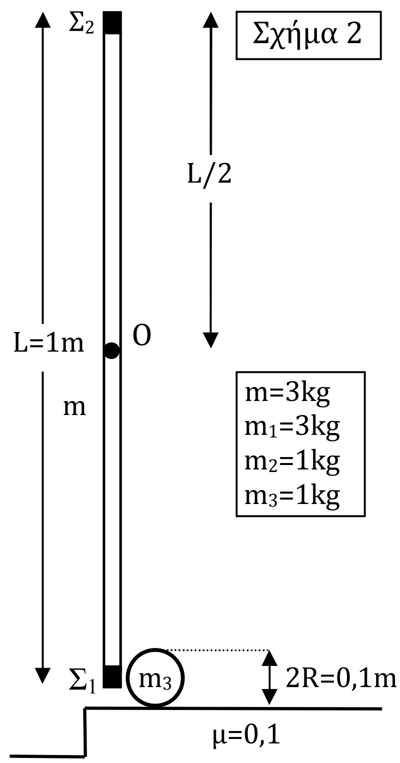
2. Να βρεθεί δύναμη που ασκεί η φλέβα στο σώμα Σ_1 όταν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια. **(μονάδες 3)**

3. Να βρεθεί η παροχή της φλέβας όταν η ράβδος ισορροπεί οριζόντια. Θεωρείστε ότι κατά την πρόσκρουση στοιχειώδους μάζας νερού στο $Σ_1$, η στοιχειώδης μάζα ακινητοποιείται στιγμιαία. **(μονάδες 3)**

4. Κάποια στιγμή διακόπτουμε την φλέβα. Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που η φλέβα νερού έχει μόλις σταματήσει να προσκρούει στο σώμα $Σ_1$ και η ράβδος είναι ακόμη οριζόντια. Δίνεται ότι το κέντρο μάζας του συστήματος ράβδου και σωμάτων $Σ_1$, $Σ_2$ βρίσκεται μεταξύ του σημείου Ο και του $Σ_1$ και απέχει απόσταση $d=(1/7)$ m από το σημείο Ο. **(μονάδες 3)**

5. Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής όταν αυτή βρεθεί σε κατακόρυφη θέση. **(μονάδες 4)**

6. Όταν η ράβδος περνά από την κατακόρυφη θέση, το άκρο στο οποίο βρίσκεται το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται με αρχικά ακίνητο λεπτό δακτύλιο μάζας $m_3=1$kg και ακτίνας $R=0{,}05$m που βρίσκεται στο επίπεδο κίνησης της ράβδου όπως δίνεται στο σχήμα 2. Αμέσως μετά την κρούση ο δακτύλιος αποκτά μόνο μεταφορική ταχύτητα, ενώ η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου έχει μέτρο $ω_1=3{,}2$rad/s και κατεύθυνση ίδια με αυτήν που είχε πριν την κρούση. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ δακτυλίου και εδάφους είναι $μ=0{,}1$ να βρεθεί το διάστημα που διανύει ο δακτύλιος σε χρονικό διάστημα $Δt=2$s αμέσως μετά την σύγκρουση. **(μονάδες 4)**



καλή επιτυχία

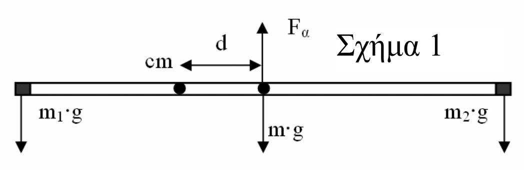
Διαγωνισμός Ξανθόπουλου 2016. Προτεινόμενη λύση άσκησης φυσικής Γ τάξης.

1. Bernoulli: $\cancel{P_{ατμ}} + M\cdot g/A + \rho\cdot g\cdot h = \cancel{P_{ατμ}} + (1/2)\cdot\rho\cdot\upsilon_o^2 \Rightarrow$ **υ_o=<u>4m/s</u>**

2. Αν η στήλη ασκεί στο $Σ_1$ δύναμη F (προς τα πάνω), από συνθήκη ισορροπίας του συστήματος: $Στ_o=0 \Rightarrow F\cdot L/2 + m_2\cdot g\cdot L/2 - m_1\cdot g\cdot L/2=0 \Rightarrow F=(m_1-m_2)\cdot g \Rightarrow$ **F=20N**

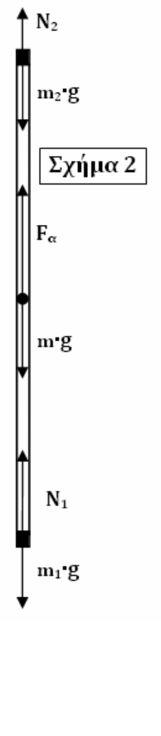
3. Έστω υ_1 η ταχύτητα του νερού λίγο πριν το $Σ_1$. $F=(Δm\cdot Δ\upsilon)/Δt=Δm\cdot(\upsilon_1-0)/Δt$.
Όμως $Π=ΔV/Δt$ και $\rho=Δm/ΔV$. Άρα $Δm=\rho\cdot Π\cdot Δt$.
Επομένως $F=\rho\cdot Π\cdot Δt\cdot\upsilon_1/Δt = \rho\cdot Π\cdot\upsilon_1$.
Από Bernoulli: $\cancel{P_{ατμ}}+(1/2)\cdot\rho\cdot\upsilon_o^2=\cancel{P_{ατμ}}+\rho\cdot g\cdot h+(1/2)\cdot\rho\cdot\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1=2m/s$.
*(διαφορετικά αν $t_α$ ο χρόνος ανόδου, $h=\upsilon_o\cdot t_α -(1/2)\cdot g\cdot t_α^2 \Rightarrow 0,6=4\cdot t_α -5\cdot t_α^2 \Rightarrow$
$5\cdot t_α^2-4\cdot t_α+0,6=0$ άρα $t_{αν}=0,2s$ ή $t_α=$~~0,6s~~. Η τιμή $t_α=0,6s$ απορρίπτεται γιατί αφορά στην κάθοδο της στήλης. Επομένως $\upsilon_1=\upsilon_o- g\cdot t_α=4-10\cdot 0,2=2m/s$.)*
Άρα $Π=F/(\rho\cdot\upsilon_1)= 20/(10^3\cdot 2)=$ **<u>$10^{-2}m^3/s$</u>**

4. *Εύρεση κέντρου μάζας (ενημερωτικά): Έστω d η απόσταση του κέντρου μάζας του συστήματος από τον άξονα περιστροφής. Με την επίδραση των βαρών πρέπει (Σχήμα 1): $Στ_{cm}=0 \Rightarrow m_1\cdot g\cdot(0,5L - d) - m\cdot g\cdot d - m_2\cdot g\cdot(0,5L + d)=0 \Rightarrow d=(1/7)m$*
$I_{συσ}=I_ρ+I_{m1}+I_{m2}=(1/12)\cdot m\cdot L^2 + m_1(L/2)^2 + m_2\cdot(L/2)^2 =(5/4)kg\cdot m^2$
Όταν η ράβδος είναι ακόμη οριζόντια, $Στ_o=I_{συσ}\cdot α_γ \Rightarrow$
$m_1\cdot g\cdot 0,5L - m_2\cdot g\cdot 0,5L=(5/4)\cdot α_γ \Rightarrow α_γ=8rad/s^2$.
Άρα $α_{cm}=d\cdot α_γ=(8/7)\ m/s^2$ (προς τα κάτω)
Κεντρομόλος επιτάχυνση δεν υπάρχει αφού ακόμη $\upsilon_{cm}=0$. Άρα για το κέντρο μάζας $ΣF=m_{ολ}\cdot α_{cm} \Rightarrow$
$m_1\cdot g + m\cdot g + m_2\cdot g - F_α= (m_1+ m+ m_2)\cdot α_{cm} \Rightarrow$
$F_α= (m_1+ m+ m_2)\cdot(g - α_{cm}) =7\cdot(10 - 8/7)=70-8=$**<u>62N προς τα πάνω</u>**



Σχήμα 1

5. Από Α.Δ.Μ.Ε.: $E_1=E_2 \Rightarrow$
$(m_1+m_2+m)\cdot g\cdot L/2 = m_2\cdot g\cdot L + m\cdot g\cdot L/2 + (1/2)\cdot I_{συσ}\cdot\omega_o^2 \Rightarrow \omega_o=4rad/s$.
Γραμμικές ταχύτητες για μάζες m_1 και m_2, $\upsilon=\omega_o\cdot L/2=2m/s$
Για $Σ_1$: $ΣF=F_{κεντρ} \Rightarrow N_1- m_1\cdot g= m_1\cdot\upsilon^2/(L/2) \Rightarrow N_1=30+24=54N$
Για $Σ_2$: $ΣF=F_{κεντρ} \Rightarrow m_2\cdot g – N_2 = m_2\cdot\upsilon^2/(L/2) \Rightarrow N_2=10-8=2N$
Για τις αντιδράσεις των N_1 και N_2, $N_1'=N_1$ και $N_2'=N_2$
Για ράβδο $ΣF=0 \Rightarrow F_α= m\cdot g + N_1' + N_2'=30+54+2=$**<u>86N προς τα πάνω.</u>** (Σχήμα 2).
(διαφορετικά, για το κέντρο μάζας του συστήματος ράβδος, m_1, m_2: $\upsilon_{cm}=\omega_o\cdot d=(4/7)m/s$. Άρα $ΣF_{cm}=F_{κεντρ} \Rightarrow F_α - (m_1+m+m_2)\cdot g=(m_1+m+m_2)\cdot\upsilon_{cm}^2/d \Rightarrow F_α = 86N$ προς τα πάνω.)



6. Αρχή διατ/σης στροφορμής κατά την κρούση: $L_{αρχ}=L_{τελ} \Rightarrow$
$I_{συσ}\cdot\omega_o=I_{συσ}\cdot\omega_1+m_3\cdot\upsilon_{o3}\cdot L/2 \Rightarrow \upsilon_{o3}=2m/s$ (αρχική ταχύτητα δακτυλίου)
Για τον δακτύλιο, από $ΣF_y=0$, προκύπτει τριβή ολίσθησης $T=\mu\cdot m_3\cdot g=1N$ (προς τα αριστερά)
Μεταφορική κίνηση: $ΣF=m_3\cdot α_{cm} \Rightarrow T=m_3\cdot α_{cm} \Rightarrow α_{cm}=1m/s^2$ (επιβρ/νση)
Στροφική κίνηση: $Στ_{cm}=I_{m3}\cdot α_γ \Rightarrow T\cdot R=m_3\cdot R^2\cdot α_γ \Rightarrow α_γ=20rad/s^2$ (επιτ/νση)
Όσο ο δακτύλιος ολισθαίνει, $\upsilon= \upsilon_{o3}- α_{cm}\cdot t=2-t$ και $\omega=α_γ\cdot t=20\cdot t$ (S.I.)
Η ολίσθηση σταματά όταν $\upsilon=\omega\cdot R \Rightarrow 2-t_o=20\cdot t_o\cdot 0,05 \Rightarrow t_o=1s$.
Διάστημα που διανύθηκε με ολίσθηση, $S_1= \upsilon_{o3}\cdot t_o-(1/2)\cdot α_{cm}\cdot t_o^2=2-0,5=1,5m$
Για $t\geq t_o$, $\upsilon_1 = \upsilon_{o3} - α_{cm}\cdot t_o=2-1\cdot 1=1m/s$ (σταθερή)
Άρα $S_2=\upsilon_1\cdot(Δt - t_o)=1\cdot(2-1)=1m$.
Επομένως $S=S_1+S_2=$**<u>2,5m</u>**