

3. Απλό μοντέλο ενός ατομικού πυρήνα

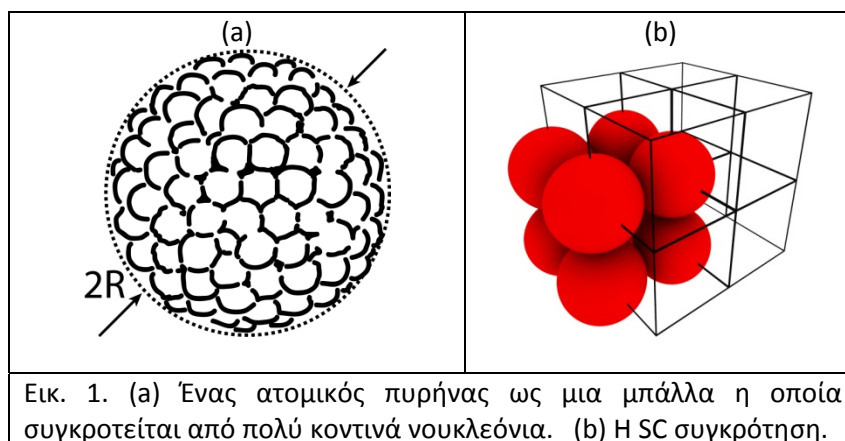
Εισαγωγή

Παρόλο που οι πυρήνες των ατόμων είναι αντικείμενα που περιγράφονται με την κβαντική φυσική, ένας αριθμός φαινομενολογικών νόμων που διέπουν τις βασικές τους ιδιότητες (όπως η ακτίνα ή η ενέργεια σύνδεσης) μπορεί να βρεθούν από απλές υποθέσεις: (i) οι πυρήνες αποτελούνται από νουκλεόνια (π.χ. πρωτόνια και νετρόνια), (ii) οι ισχυρές πυρηνικές δυνάμεις που κρατούν αυτά τα νουκλεόνια μαζί στον πυρήνα έχουν πολύ μικρή εμβέλεια (δρουν μόνο μεταξύ γειτονικών νουκλεονίων), (iii) ο αριθμός των πρωτονίων (Z) σε ένα πυρήνα είναι περίπου ίσος με τον αριθμό των νετρονίων (N), π.χ. $Z \approx N \approx \frac{A}{2}$, όπου A είναι ο συνολικός αριθμός των νουκλεονίων ($A \gg 1$).

Σημαντικό: Χρησιμοποιήστε αυτές τις υποθέσεις στα ζητήματα 1-4 παρακάτω.

Ζήτημα 1 – Ο πυρήνας ατόμου ως ένα συμπαγές σύστημα νουκλεονίων

Σε ένα απλό μοντέλο, ένας πυρήνας ατόμου μπορεί να θεωρηθεί ως μια σφαίρα (μπάλα) που αποτελείται από ένα αριθμό νουκλεονίων που είναι πολύ κοντά το ένα από το άλλο [δες Εικ. 1(a)], όπου τα νουκλεόνια μπορούν να θεωρηθούν ως σκληρές μπάλες ακτίνας $r_N = 0.85 \text{ fm}$ ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$). Η πυρηνική δύναμη εμφανίζεται μόνο όταν δύο νουκλεόνια είναι σε επαφή. Ο όγκος του πυρήνα V είναι μεγαλύτερος από τον όγκο όλων των νουκλεονίων μαζί AV_N , όπου $V_N = \frac{4}{3}\pi r_N^3$. Ο λόγος $f = \frac{AV_N}{V}$ ονομάζεται παράγοντας συγκρότησης (packing factor) και δίνει το ποσοστό του όγκου του πυρήνα που γεμίζει από πυρηνική ύλη.



- a) Υπολογίστε ποιός θα έπρεπε να είναι ο παράγοντας συγκρότησης f εάν τα νουκλεόνια ήταν διευθετημένα σε ένα “απλό κυβικό” (SC) κρυσταλλικό σύστημα, όπου το κέντρο κάθε νουκλεονίου βρίσκεται στις κορυφές ενός απείρου κυβικού πλέγματος [δες, Εικ. 1(b)].

(0.3 μόρια)

Σημαντικό: Σε όλα τα επόμενα ζητήματα, υποθέστε ότι ενεργός παράγοντας συγκρότησης για τον πυρήνα ισούται με εκείνον του ζητήματος 1a. Αν δεν μπορείτε να τον, υπολογίσετε στα επόμενα ζητήματα χρησιμοποιείτε την τιμή $f = 1/2$.

- b) Εκτιμήστε τη μέση πυκνότητα μάζας ρ_m , τη μέση πυκνότητα φορτίου ρ_c και την ακτίνα R για ένα πυρήνα που έχει A νουκλεόνια. Η μέση μάζα ενός νουκλεονίου είναι $1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

(1.0 μόρια)

Ζήτημα 2 - Ενέργεια σύνδεσης ενός πυρήνα ατόμου – με όρους όγκου και επιφάνειας

Η ενέργεια σύνδεσης ενός πυρήνα είναι η ενέργεια που απαιτείται για να διαχωρίσουμε τον πυρήνα σε ελεύθερα νουκλεόνια τα οποία τον αποτελούν. Η ενέργεια σύνδεσης προέρχεται από τις ελκτικές πυρηνικές δυνάμεις κάθε νουκλεονίου με τα γειτονικά νουκλεόνια. Αν ένα νουκλεόνιο δεν είναι στην επιφάνεια του πυρήνα, συνεισφέρει στην ολική ενέργεια σύνδεσης με $a_v = 15.8 \text{ MeV}$, ($1 \text{ MeV} = 1.602 \cdot 10^{-13} \text{ J}$). Η συνεισφορά ενός επιφανειακού νουκλεονίου στην ενέργεια σύνδεσης είναι κατά προσέγγιση $a_v/2$. Εκφράστε την ενέργεια σύνδεσης E_b ενός πυρήνα με A νουκλεόνια συναρτήσει των A , a_v , και f , και περιλαμβάνοντας την επιφανειακή διόρθωση. (1.9 μόρια)

Ζήτημα 3 - Ηλεκτροστατικά (Coulomb) φαινόμενα στην ενέργεια σύνδεσης

Η ηλεκτροστατική ενέργεια μιας ομοιόμορφα φορτισμένης μπάλλας (με ακτίνα R και συνολικό φορτίο Q_0) είναι $U_c = \frac{3Q_0^2}{20\pi\epsilon_0 R}$, όπου $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$.

- a) Εφαρμόστε αυτή τη σχέση για να πάρετε την ηλεκτροστατική ενέργεια ενός πυρήνα. Σε ένα πυρήνα, κάθε πρωτόνιο δεν επιδρά στον εαυτό του (με δύναμη Coulomb), αλλά επιδρά μόνο πάνω στα άλλα πρωτόνια. Μπορεί κάποιος να το λάβει αυτό υπόψη αντικαθιστώντας $Z^2 \rightarrow Z(Z-1)$ στην προκύπτουσα σχέση. Χρησιμοποιήστε αυτή την προσέγγιση στα επόμενα ζητήματα.

(0.4 μόρια)

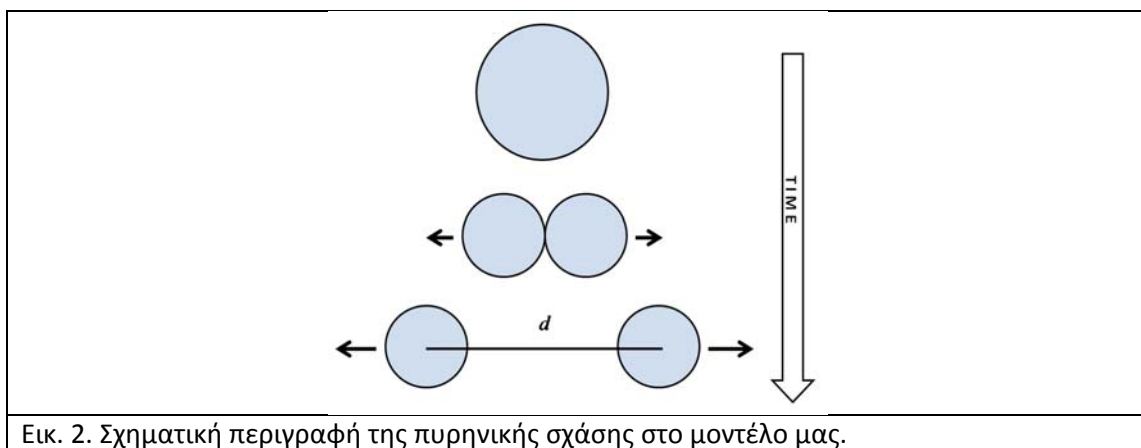
- b) Γράψτε την πλήρη σχέση για την ενέργεια σύνδεσης, συμπεριλαμβανομένου του κύριου όρου (όγκος), τον όρο για την επιφανειακή διόρθωση και την ηλεκτροστατική διόρθωση που βρήκατε.

(0.3 μόρια)

Ζήτημα 4 - Σχάση βαρέων πυρήνων

Η σχάση είναι μια πυρηνική διαδικασία με την οποία ένας πυρήνας διασπάται σε δύο μικρότερους πυρήνες (πιο ελαφρύτερους). Υποθέστε ότι ένας πυρήνας με A νουκλεόνια διασπάται μόνο σε δύο ίσα μέρη, όπως αναπαριστάται στην Εικ. 2.

- a) Να υπολογίσετε την ολική κινητική ενέργεια των προϊόντων της σχάσης E_{kin} όταν τα κέντρα των δύο ελαφρότερων πυρήνων απέχουν απόσταση $d \geq 2R(A/2)$, όπου $R(A/2)$ είναι οι ακτίνες τους. Ο αρχικός πυρήνας είναι αρχικά ακίνητος. **(1.3 μόρια)**
- b) Υποθέστε ότι $d = 2R(A/2)$ και εκτιμήστε την τιμή της E_{kin} που βρήκατε στο ερώτημα a) για $A = 100, 150, 200$ και 250 (εκφράστε τα αποτελέσματα σε μονάδες MeV). Εκτιμήστε τις τιμές για το A για την οποία η σχάση είναι πιθανή στο πιο πάνω μοντέλο. **(1.0 μόρια)**



Εικ. 2. Σχηματική περιγραφή της πυρηνικής σχάσης στο μοντέλο μας.

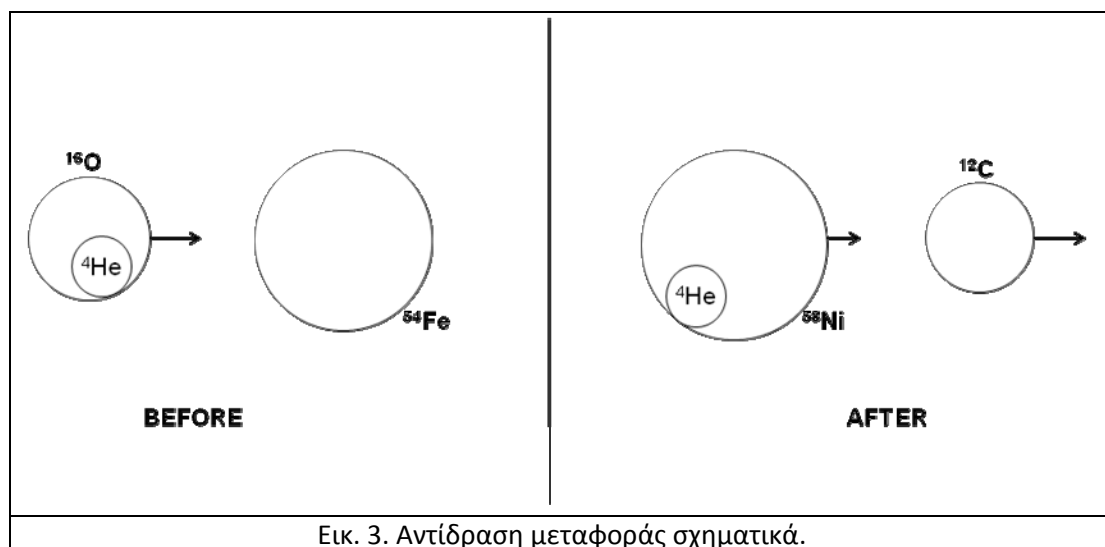
Ζήτημα 5 – Αντιδράσεις μεταφοράς

- a) Στη σύγχρονη φυσική, οι πυρηνικές αντιδράσεις περιγράφονται με όρους μάζας. Για παράδειγμα, αν κάποιος πυρήνας (με μηδενική ταχύτητα) βρίσκεται σε μια διηγερμένη κατάσταση με ενέργεια E_{exc} πάνω από τη θεμελιώδη κατάσταση, έχει μάζα $m = m_0 + E_{exc}/c^2$, όπου m_0 είναι η μάζα του στη θεμελιώδη κατάσταση ηρεμίας. Η πυρηνική αντίδραση $^{16}\text{O} + ^{54}\text{Fe} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{58}\text{Ni}$ είναι ένα παράδειγμα των καλούμενων “αντιδράσεων μεταφοράς”, στις οποίες ένα μέρος του ενός πυρήνα “πυρηνικό τσαμπί” μεταφέρεται στον άλλο (δες Εικ. 3). Στο παράδειγμά μας το μεταφερόμενο μέρος “πυρηνικό τσαμπί” είναι το ^4He (σωμάτιο α). Η αντίδραση μεταφοράς προκύπτει με μέγιστη πιθανότητα αν η ταχύτητα του προϊόντος που προκύπτει από την αντίδραση (στην περίπτωση μας ^{12}C) είναι ίση τόσο στο μέτρο όσο και στη διεύθυνση της ταχύτητας του βλήματος ^{16}O (στην περίπτωση μας ^{16}O). Ο στόχος ^{54}Fe είναι αρχικά σε ηρεμία. Στην αντίδραση, ^{58}Ni είναι σε διέγερση και σε ένα από τα υψηλότερα επίπεδα. Βρείτε την ενέργεια διέγερσης που αντιστοιχεί στην κατάσταση αυτή (και εκφράστε την σε MeV) αν η κινητική ενέργεια του βλήματος ^{16}O είναι 50 MeV. Η ταχύτητα του φωτός είναι $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. **(2.2 μόρια)**

1.	$M(^{16}\text{O})$	15.99491 a.m.u.
2.	$M(^{54}\text{Fe})$	53.93962 a.m.u.
3.	$M(^{12}\text{C})$	12.00000 a.m.u.
4.	$M(^{58}\text{Ni})$	57.93535 a.m.u.
Πίνακας 1. Οι μάζες ηρεμίας των αντιδρώντων στις θεμελιώδεις τους καταστάσεις. 1 a.m.u.= $1.6605 \cdot 10^{-27}$ kg.		

- b) Ο πυρήνας ^{58}Ni που παράγεται στη διηγερμένη κατάσταση στο ερώτημα α), αποδιεγείρεται στη θεμελιώδη του κατάσταση εκπέμποντας ένα φωτόνιο γάμμα στην κατεύθυνση της κίνησής του. Θεωρείστε αυτή την αποδιέγερση στο σύστημα αναφοράς στο οποίο ο πυρήνας ^{58}Ni ηρεμεί για να βρείτε την ενέργεια ανάκρουσης του ^{58}Ni (π.χ. η κινητική ενέργεια την οποία αποκτά ο πυρήνας ^{58}Ni μετά την εκπομπή του φωτονίου). Ποιά είναι η ενέργεια του φωτονίου στο σύστημα αυτό; Ποιά είναι η ενέργεια του φωτονίου στο σύστημα αναφοράς του (π.χ. ποιά θα ήταν η ενέργεια του φωτονίου μετρημένη με ένα ανιχνευτή τοποθετημένο στη διεύθυνση κατά την οποία κινείται ο πυρήνας ^{58}Ni);

(1.6 μόρια)



Εικ. 3. Αντίδραση μεταφοράς σχηματικά.