

ΘΕΜΑΤΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ ΒΑΣΙΛΗ ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΥ 2001

Α΄ΛΥΚΕΙΟΥ

Φυσική

Ένας βαρκάρης για να βρει την ταχύτητα του ρεύματος ενός ποταμού αποφασίζει να κάνει το ακόλουθο πείραμα. Αφήνει ένα κομμάτι ξύλο στην επιφάνεια του νερού (σημείο Ο) και ξεκινά να κωπηλατεί κατά τη φορά του ρεύματος. Αφού περάσουν 40 min φτάνει στο σημείο Α, 1 km από την αφετηρία του. Αμέσως επιστρέφει, παίρνει το ξύλο από το νερό, κάνει στροφή και κωπηλατώντας πάλι κατά τη φορά του ρεύματος φτάνει για δεύτερη φορά στο Α μετά από 24 min από τη στιγμή που ανέσυρε το ξύλο από το νερό. Ποια η ταχύτητα του ρεύματος αν υποθέσουμε ότι οι ταχύτητες ρεύματος και βάρκας είναι σταθερές και ότι δεν χρειάζεται χρόνος για την αναστροφή της πορείας της βάρκας; Για πόσο χρόνο κωπηλάτησε ο βαρκάρης αντίθετα για να συναντήσει το ξύλο;

Μαθηματικά

ΘΕΜΑ 1ο

Θεωρούμε τις συναρτήσεις $f(x) = (2\lambda + 1)x + \lambda + 2$ που προκύπτουν για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbf{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι οι γραφικές τους παραστάσεις διέρχονται όλες από το σημείο τομής των ευθειών $\psi = x + 2$ και $\psi = 3x + 3$.

β) Σε ποια σημεία οι γραφικές παραστάσεις των $f(x)$ τέμνουν τον άξονα x ;

γ) Ποια από τις ευθείες $\psi = (2\lambda + 1)x + \lambda + 2$, $\lambda \in \mathbf{R}$ είναι παράλληλη στη διχοτόμο της 1ης - 3ης ορθής γωνίας του καρτεσιανού συστήματος $Ox\psi$;

δ) Αν $\lambda < -\frac{1}{2}$ να αποδείξετε ότι, για κάθε $\gamma, \delta \in \mathbf{R}$ με $\gamma \neq \delta$ ισχύει $f(\gamma^2 + \delta^2) < f(2\gamma\delta)$

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $B = 45^\circ$ και $\Gamma = 15^\circ$. Στην προέκταση του ΒΑ προς το Α, παίρνουμε τμήμα $ΑΔ = 2ΑΒ$. Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $ΑΔΓ$.

Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ

Φυσική

Ένας αεριοστρόβιλος λειτουργεί με βάση το θεωρητικό θερμοδυναμικό κύκλο Brayton - Joule. Σύμφωνα με αυτόν τον κύκλο, ο αέρας που πληρεί τον κύλινδρο της μηχανής (σημείο 1), συμπιέζεται αδιαβατικά από πίεση P_1 μέχρι πίεση P_2 ($P_1 < P_2$). Στη συνέχεια το αέριο εκτονώνεται ισοβαρώς μέχρι την κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας 3. Μετά το αέριο εκτονώνεται αδιαβατικά μέχρι την αρχική πίεση (σημείο 4) και τέλος επανέρχεται ισοβαρώς στην αρχική κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. Όλες οι μεταβολές είναι αντιστρεπτές. Ο λόγος των πιέσεων, είναι $\kappa = P_2 / P_1$, και ο αδιαβατικός εκθέτης είναι γ . Να βρεθεί ο θεωρητικός συντελεστής απόδοσης της θερμικής αυτής μηχανής σε συνάρτηση με τα κ και γ .

Μαθηματικά

ΘΕΜΑ 1ο

Αν $x \in (0, \pi/2)$ να δείξετε ότι η εξίσωση :

$$\eta\mu^4 \frac{x}{1984} + \sigma\nu^8 \frac{x}{2001} = \eta\mu^4 \frac{x}{1985} + \sigma\nu^8 \frac{x}{2000} \text{ είναι αδύνατη.}$$

ΘΕΜΑ 2ο

Θεωρούμε τρίγωνο ABΓ με γωνίες $B = 2\Gamma$ και το ύψος του ΑΔ . Να δείξετε ότι :

α) $\Delta M = \frac{AB}{2}$, όπου Μ το μέσο της ΒΓ .

β) Η εξίσωση : $\alpha\chi^2 + 2\beta\chi + \gamma = 0$ (1) έχει άνισες ρίζες , όπου α, β, γ τα μέτρα των πλευρών του τριγώνου ABΓ και

γ) Αν S και P το άθροισμα και το γινόμενο αντίστοιχα των ριζών της (1) τότε :

$$S^2 = 4P (1 + P)$$

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

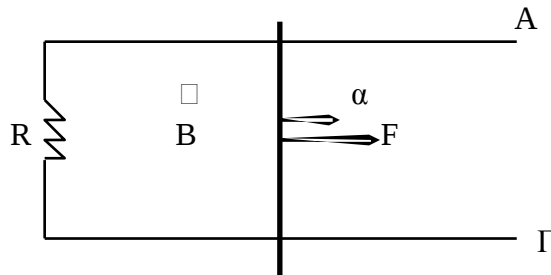
Φυσική

Στη διάταξη του σχήματος ο αγωγός ΑΓ έχει μήκος 1 m και μάζας 5 kg . Η συνολική αντίσταση του κυκλώματος είναι σταθερή και ίση με 4Ω . Το επίπεδο του κυκλώματος είναι οριζόντιο και κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης 1 T . Ο αγωγός ξεκινά με σταθερή επιτάχυνση 2 m/sec^2 μέχρι τη χρονική στιγμή 2 sec , οπότε η επιτάχυνση του γίνεται ίση με $- 2 \text{ m/sec}^2$ και διατηρείται σταθερή μέχρι να σταματήσει ο αγωγός . Να υπολογιστεί :

α) Η εξωτερική δύναμη που ασκείται στον αγωγό σε συνάρτηση με το χρόνο για όλη τη διάρκεια της κίνησης του .

β) Η συνολική ώθηση της εξωτερικής δύναμης που ασκήθηκε πάνω στον αγωγό .

γ) Να γίνει το διάγραμμα της ηλεκτρικής ισχύος που καταναλώθηκε στην αντίσταση του κυκλώματος σε σχέση με το χρόνο για όλη τη διάρκεια της κίνησης του αγωγού .



Μαθηματικά

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $F(x) = x^3 - 3^{-1}x$. Να δείξετε:

α) Η συνάρτηση είναι " $1-1$ " και

β) Αν ισχύει: $a^3 \cdot 3^{1/a-1} = -1$, όπου $a \in \mathbb{R}$, τότε $1/a \neq 1$

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ και για την οποία

ισχύουν:

α) $x^2 f'(x) = -x \eta \mu x - 2 \sigma \nu x$ και

β) $f(0) = \sigma \nu 1$

Να βρείτε το $f(\pi)$

Γεωμετρική Α' Λυκείου 2001 (Ξενοδοχείο)

Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 45^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 15^\circ$ και $AD = 2AB$, να υπολογιστεί το $\hat{A}$.

Λύση

φέρω $\Delta K \perp A\Gamma$ και $\hat{A}_1 = 30^\circ$ και $AK = \frac{AB}{2}$
 $= AB$ και ABK ισοσκελές και $\hat{A}_1 = \hat{K}_1 = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2}$
 $= 45^\circ$. Στο ABK έχω $\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 30^\circ$ και
 $BE \Delta$ ισοσκελές με $KD = BK$ (1)
 $K\hat{B}\Gamma = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ και KBF ισοσκελές
 $με BK = KF$ (2) από (1) και (2)
 $\Delta K\Gamma$ ισοσκελές και $\hat{A}_2 = 45^\circ$
 και $\hat{A}\hat{D}\Gamma = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$

Πομπανάκης, Ι. Χρυσόφης, Μ.