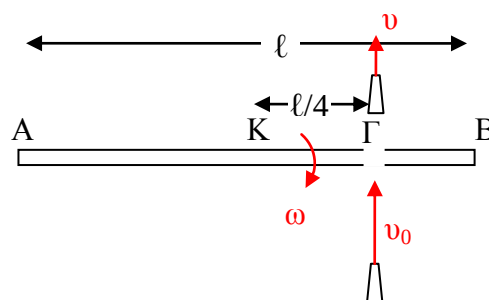


**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΒΑΣΙΛΗΣ ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΣ 2010**  
**ΔΡΑΜΑ 28 ΜΑΡΤΙΟΥ 2010**

**ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

Ομογενής ράβδος AB μήκους  $\ell = 1 \text{ m}$  και μάζας  $M = 12 \text{ Kg}$  περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από το κέντρο μάζας της K πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 3 \text{ rad/s}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ένα βλήμα μάζας  $m = 4 \text{ Kg}$  χτυπά κάθετα τη ράβδο στο σημείο Γ, που απέχει απόσταση  $K\Gamma = \ell/4$  (σχήμα). Αν το βλήμα διαπερνά τη ράβδο και βγαίνει με ταχύτητα  $v = 1 \text{ m/s}$ ...



**A1.** Πόση είναι η ταχύτητα  $v_0$  του βλήματος, αν ξέρουμε ότι μετά τη κρούση η ράβδος παύει να περιστρέφεται; **(5 μονάδες)**

**A2.** Πόση είναι το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχτηκε η ράβδος από το βλήμα, αν η διάρκεια της κρούσης ήταν  $\Delta t = 0,1 \text{ s}$ ; **(5 μονάδες)**

**A3.** Πόση ταχύτητα έχει το άκρο B της ράβδου αμέσως μετά τη κρούση; **(5 μονάδες)**

**B.** Ν' αποδείξετε ότι αν το βλήμα έπεφτε κάθετα με αρχική ταχύτητα  $v_0' = 14/5 \text{ m/s}$ , διαπερνούσε τη ράβδο και έβγαινε (όπως προηγουμένως) με ταχύτητα  $v = 1 \text{ m/s}$ , το σημείο B αμέσως μετά τη κρούση θα ήταν ακίνητο. **(5 μονάδες)**

(Θεωρείστε ότι κατά τη διάτρηση της η ράβδος δεν χάνει μάζα).

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σ' αυτή και

περνά από το μέσο της είναι:  $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$  (όπου  $\ell$ : το μήκος και  $M$ : η μάζα της ράβδου).

### Λύση άσκησης

**A1)** ☞ Η ροπή αδράνειας της ράβδου πριν τη κρούση είναι:

$$I = \frac{1}{12} M \ell^2 = \frac{1}{12} \cdot 12 \cdot 1^2 = 1 \text{ kgm}^2$$

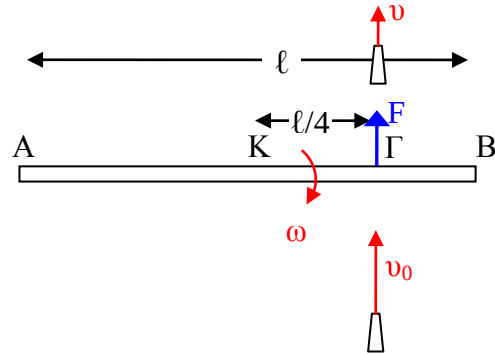
☞ Εφόσον οι δυνάμεις είναι μόνο εσωτερικές, το σύστημα ράβδος – βλήμα είναι κλειστό. Άρα ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής:

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\epsilon\lambda} \Leftrightarrow$$

$$m v_0 \frac{\ell}{4} - I \omega = m v \frac{\ell}{4} \Leftrightarrow$$

$$v_0 = v + \frac{4I\omega}{m\ell} = 1 + \frac{4 \cdot 1 \cdot 3}{4 \cdot 1} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{v_0 = 4 \text{ m/s}}$$



**A2)** ☞ Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε (για τη ράβδο):

$$\sum \tau = \frac{dL}{dt} \Leftrightarrow$$

$$F \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{0 - I\omega}{dt} \Leftrightarrow$$

$$F = \frac{4I\omega}{\ell dt} \Leftrightarrow$$

$$F = \frac{4 \cdot 1 \cdot 3}{1 \cdot 0,1} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{F = 120 \text{ N}}$$

**A3)** ☞ Σε ότι αφορά τη μεταφορική κίνηση θα ισχύει και η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

Αν  $v_p$  ονομάσουμε τη ταχύτητα της ράβδου λόγω μεταφορικής μετά τη κρούση:

$$p_{\alpha\rho\chi} = p_{\tau\epsilon\lambda} \Leftrightarrow$$

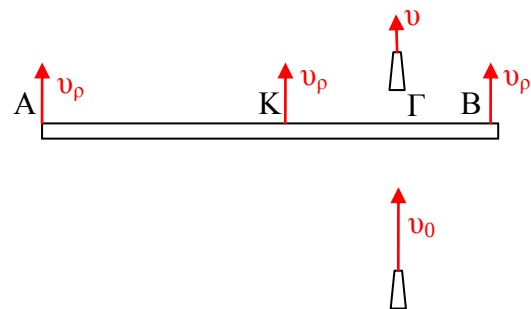
$$m v_0 + 0 = M v_p + m v \Leftrightarrow$$

$$v_p = \frac{m(v_0 - v)}{M} = \frac{4 \cdot (4 - 1)}{12} \Leftrightarrow$$

$$v_p = 1 \text{ m/s}$$

☞ Εφόσον το σύστημα παύει να στρέφεται (ακινητεί στροφικά), η μόνη ταχύτητα που θα έχουν όλα τα σημεία της θα είναι η ταχύτητα λόγω μεταφορικής κίνησης. Άρα:

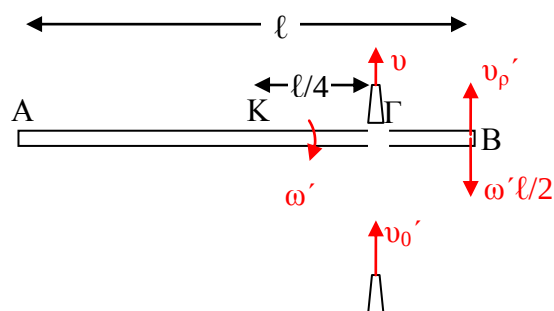
$$\boxed{v_B = 1 \text{ m/s}}$$





**B.** ☞ Τώρα προφανώς η ράβδος δεν ακινητοποιείται στροφικά. Υπολογίζουμε λοιπόν την γωνιακή ταχύτητα  $\omega'$  που θα έχει η ράβδος αμέσως μετά τη κρούση:

$$\begin{aligned}
 L_{αρχ} &= L_{τελ} \Leftrightarrow \\
 m v_0' \frac{\ell}{4} - I \omega &= m v \frac{\ell}{4} - I \omega' \Leftrightarrow \\
 \omega' &= \frac{m \frac{\ell}{4} (v - v_0')}{I} + \omega \Leftrightarrow \\
 \omega' &= \frac{4 \cdot \frac{1}{4} (1 - v_0')}{1} + 3 \Leftrightarrow \\
 \omega' &= 4 - v_0'
 \end{aligned}$$



☞ Ομοίως, από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής, υπολογίζουμε την ταχύτητα  $v_\rho'$  που θα έχει το κέντρο μάζας της ράβδου αμέσως μετά τη κρούση:

$$\begin{aligned}
 p_{αρχ} &= p_{τελ} \Leftrightarrow \\
 m v_0' + 0 &= M v_\rho' + m v \Leftrightarrow \\
 v_\rho' &= \frac{m (v_0' - v)}{M} \Leftrightarrow \\
 v_\rho' &= \frac{4 (v_0' - 1)}{12} \Leftrightarrow \\
 v_\rho' &= \frac{v_0' - 1}{3}
 \end{aligned}$$

☞ Για να είναι ακίνητο το B θα πρέπει η ταχύτητα που θα έχει λόγω της μεταφορικής του κίνησης να είναι ίση και αντίθετη με τη ταχύτητα λόγω της στροφικής.

Δηλαδή  $v_\rho' = \omega' \frac{\ell}{2}$  (κατά μέτρο). Άρα:  $\frac{v_0' - 1}{3} = (4 - \omega') \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$$2v_0' - 2 = 12 - 3v_0' \Leftrightarrow$$

$$v_0' = \frac{14}{5} \text{ m/s}$$