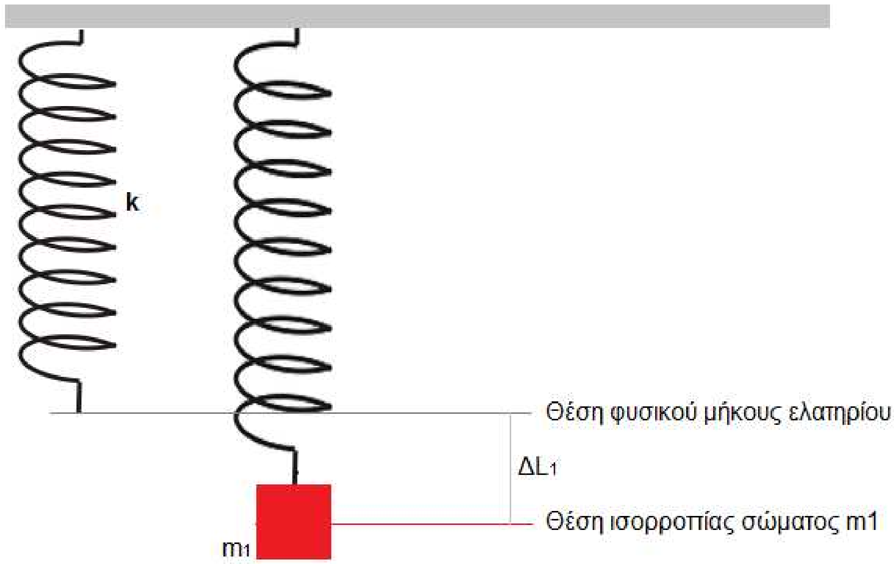
Διαγωνισμός Ξανθόπουλου 2012

Φυσική Γ΄ Λυκείου Δράμα 1-4-2012

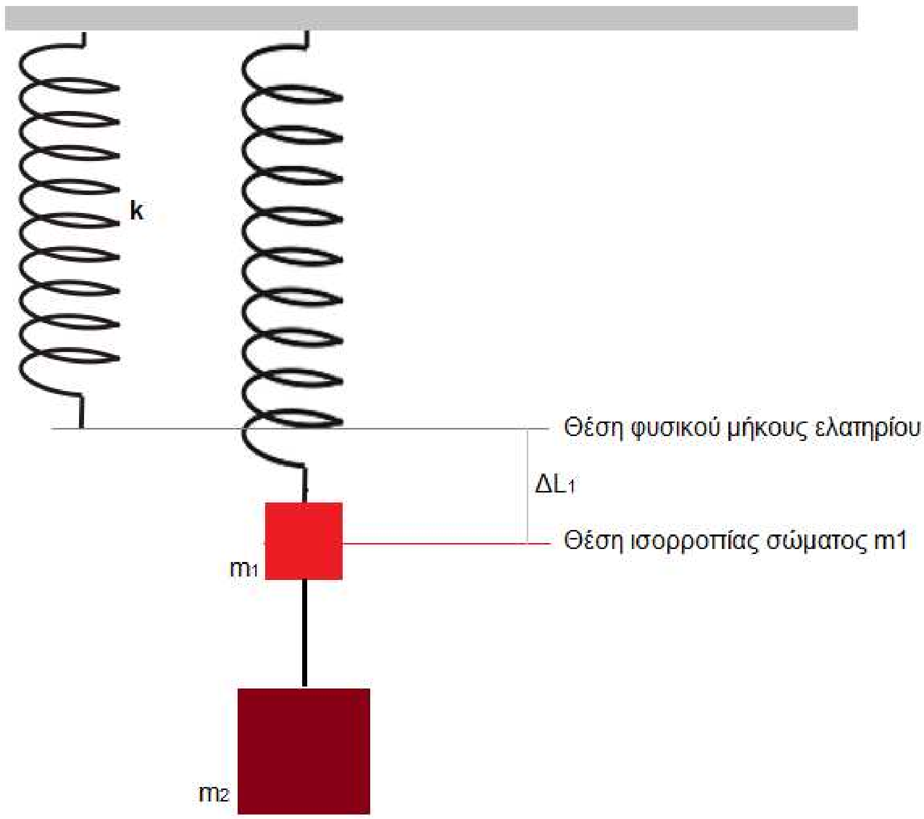
Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k, έχει το άνω άκρο του σταθερά συνδεδεμένο, ενώ στο κάτω άκρο του έχει αναρτηθεί σώμα μάζας m_1=1 kg. Το σώμα ισορροπεί στη θέση ισορροπίας και η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ΔL_1= 0,1 m.



Α. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου.

Μονάδες 3

Β. Καθώς το σώμα m_1 ισορροπεί στη θέση ισορροπίας του, αναρτούμε στο κάτω μέρος του ένα ακίνητο αρχικά σώμα μάζας m_2= 3 kg με ένα τεντωμένο νήμα και αφήνουμε τη χρονική στιγμή t_o=0 το σύστημα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.



Β1. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του κάθε σώματος.

Μονάδες 3

Β2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης για το σώμα m_1.

Μονάδες 3

Β3. Να δείξετε ότι το νήμα είναι τεντωμένο καθ' όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης.

Μονάδες 4

Γ. Καθώς το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, τη στιγμή που τα δύο σώματα βρίσκονται στην κάτω ακραία θέση κόβουμε το νήμα και το σώμα μάζας m_1 αρχίζει να εκτελεί νέα αρμονική ταλάντωση.

Γ1. Να υπολογίσετε το πλάτος της νέας ταλάντωσης.

Μονάδες 3

Γ2. Το σώμα μάζας m_1 καθώς ταλαντώνεται έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια και δυναμική ενέργεια ελατηρίου. Σε πόση κατακόρυφη απόσταση d από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου θα πρέπει να ορίσουμε το επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ώστε το άθροισμα των δύο δυναμικών ενεργειών του σώματος να ισούται με την δυναμική ενέργεια ταλάντωσης;

Μονάδες 4

Να θεωρήσετε ότι το ελατήριο και το νήμα έχουν αμελητέα μάζα, το ελατήριο υπακούει στον νόμο του Hooke για τις επιμηκύνσεις του προβλήματος, η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και να ορίσετε τη θετική φορά του κατακόρυφου άξονα προς τα κάτω.

Δίνεται: $g=10\ m/s^2$

Καλή Επιτυχία !!!

Διαγωνισμός Ξανθόπουλου 2012

Φυσική Γ΄ Λυκείου   Δράμα 1-4-2012

<u>Απάντηση</u>

Α

Στη θέση ισορροπίας του σώματος m_1 ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w_1 - F_{E\Lambda} = 0 \Rightarrow m_1 g = k\Delta L_1 \Rightarrow k = 100N/m$$

Β1.

Τα δύο σώματα εκτελούν α.α.τ. με γωνιακή συχνότητα:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{100}{1+3}} = 5rad/s$$

Για το σώμα m_1 ισχύει:

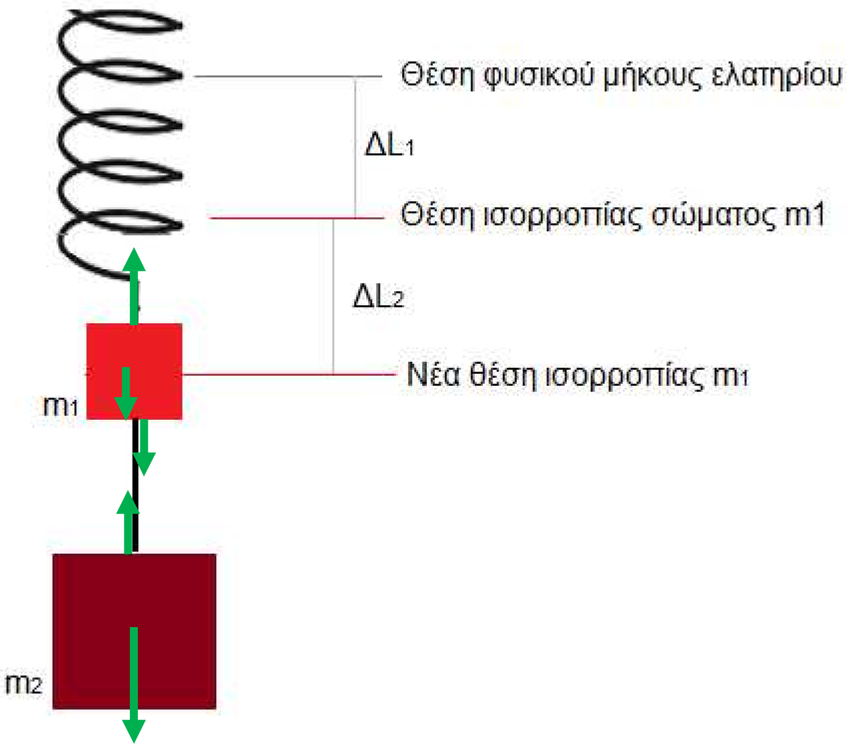
$$D_1 = m_1\omega^2 = 1 \cdot 5^2 = 25N/m$$

Για το σώμα m_2 ισχύει:

$$D_2 = m_2\omega^2 = 3 \cdot 5^2 = 75N/m$$

Β2.

Η νέα θέση ισορροπίας του σώματος m_1 θα βρίσκεται πιο κάτω από την αρχική θέση ισορροπίας κατά μια απόσταση ΔL_2.



Σώμα m_1: $\Sigma F_1 = 0 \Rightarrow w_1 + T - F_{E\Lambda} = 0$

Σώμα m_2: $\Sigma F_2 = 0 \Rightarrow w_2 - T = 0$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις παίρνουμε:

$$w_1 + w_2 - F_{E\Lambda} = 0 \Rightarrow m_1 g + m_2 g = k(\Delta L_1 + \Delta L_2) \Rightarrow \Delta L_2 = 0{,}3m$$

Τη χρονική στιγμή to=0 το σώμα μάζας m1 αρχίζει να εκτελεί α.α.τ. από την πάνω ακραία θέση (x_o = - Α). Το πλάτος της ταλάντωση είναι $A=\Delta L_2=0{,}3$ m.

Η εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος m_1 είναι:

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_o) \Rightarrow x = 0{,}3 \cdot \eta\mu(5t + \phi_o)$$

Υπολογισμός αρχικής φάσης.
Τη στιγμή to = 0 το σώμα βρίσκεται στη θέση x = -A, οπότε:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \phi_o) \Rightarrow -A = A\eta\mu\phi_o \Rightarrow \phi_o = \frac{3\pi}{2}$$

Οπότε:

$$x = 0{,}3 \cdot \eta\mu(5t + \frac{3\pi}{2}) \quad \text{S.I.}$$

B3.
Το νήμα θα είναι τεντωμένο όταν ισχύει: T > 0.
Σώμα μάζας m2:

$$\Sigma F_2 = -D_2 x \Rightarrow w_2 - T = -D_2 x \Rightarrow T = w_2 + D_2 x$$

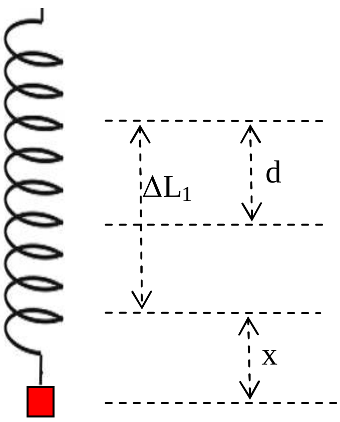
Από την τελευταία σχέση φαίνεται ότι μόνο για x < 0, δηλαδή πάνω από τη θέση ισορροπίας υπάρχει περίπτωση να μηδενιστεί η τάση του νήματος.

$$T > 0 \Rightarrow w_2 - D_2|x| > 0 \Rightarrow |x| < \frac{w_2}{D_2} \Rightarrow |x| < \frac{30}{75} \Rightarrow |x| < 0{,}4\text{m}$$

Η τελευταία σχέση ισχύει πάντα μιας και το πλάτος της ταλάντωσης είναι: A=0,3 m.

Δ1.
Καθώς το σώμα μάζας m_1 βρίσκεται στη θέση x= A, κόβεται το νήμα και αρχίζει να εκτελεί μια νέα ταλάντωση γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας. Το πλάτος της νέας ταλάντωσης είναι: $A' = \Delta L_2 + A = 0{,}3+0{,}3=0{,}6$ m.

Δ2.
Ορίζουμε το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας σε απόσταση d από το φυσικό μήκος του ελατηρίου. Το σώμα m1 βρίσκεται σε μια τυχαία απομάκρυνση x.



Φυσικό μήκος ελατηρίου
Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας
Θέση ισορροπίας
Τυχαία απομάκρυνση x

$$U_T = U_{BAR} + U_{E\Lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = -mg(\Delta L_1 - d + x) + \frac{1}{2}k(\Delta L_1 + x)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = -m_1 g\Delta L_1 + m_1 gd - m_1 gx + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta L_1^2 + kx\Delta L_1 \Rightarrow$$

Όμως ισχύει: $m_1 g = k\Delta L_1$

$$0 = -k\Delta L_1^2 + k\Delta L_1 d + \frac{1}{2}k\Delta L_1^2 \Rightarrow d = \frac{\Delta L_1}{2} \Rightarrow d = 0{,}05\text{m}$$