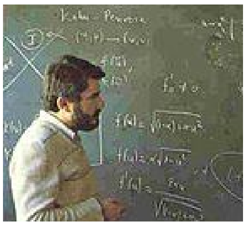
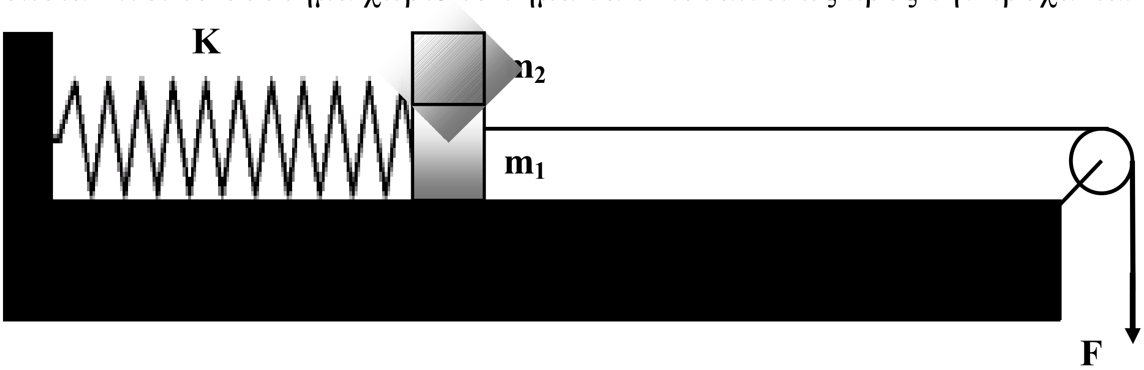
Σύλλογος Θετικών Επιστημόνων Δράμας



Διαγωνισμός στη μνήμη του καθηγητή: Βασίλη Ξανθόπουλου
Φυσική: Τάξη: Γ΄
Δράμα 30 Μαρτίου 2014

Η τροχαλία του παρακάτω σχήματος μάζας **M=2kg** και ακτίνας **R=0,2m** μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Από το αυλάκι της τροχαλίας διέρχεται μη εκτατό αβαρές νήμα που το ένα άκρο του συνδέεται με μάζα **m_1=0,5kg**. Η μάζα m_1 έχει πάνω της μάζα **m_2=0,5kg** και συνδέεται με ιδανικό ελατήριο σταθεράς **K=500N/m** που το άλλο άκρο του είναι ακλόνητα στερεωμένο και βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Μεταξύ της m_1 και του οριζοντίου επιπέδου δεν υπάρχουν τριβές. Μέσω του νήματος ασκούμε σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ μέτρου **F=100N** η οποία κινεί το σύστημα χωρίς το νήμα να ολισθαίνει ως προς την τροχαλία.



Ζητείται:

1. Να γράψετε τους νόμους της μηχανικής που περιγράφουν την κίνηση της τροχαλίας και του συστήματος m_1–m_2.
(μονάδες 3)
2. Να υπολογίσετε τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα που αποκτά η τροχαλία.
(μονάδες 5)
3. Να υπολογίσετε τη μέγιστη απομάκρυνση του ελατηρίου από τη θέση φυσικού μήκους του.
(μονάδες 4)

Αν τη στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση, από τη θέση φυσικού μήκους του, κόβεται η σύνδεση του σχοινιού με την m_1 να βρείτε:

4. τη μικρότερη τιμή της οριακής τριβής μεταξύ των μαζών για να μην ολισθήσει η m_2 πάνω στην m_1 και
(μονάδες 3)

5. το μέγιστο ρυθμό παραγωγής έργου από τη στατική τριβή που δέχεται η m_2.

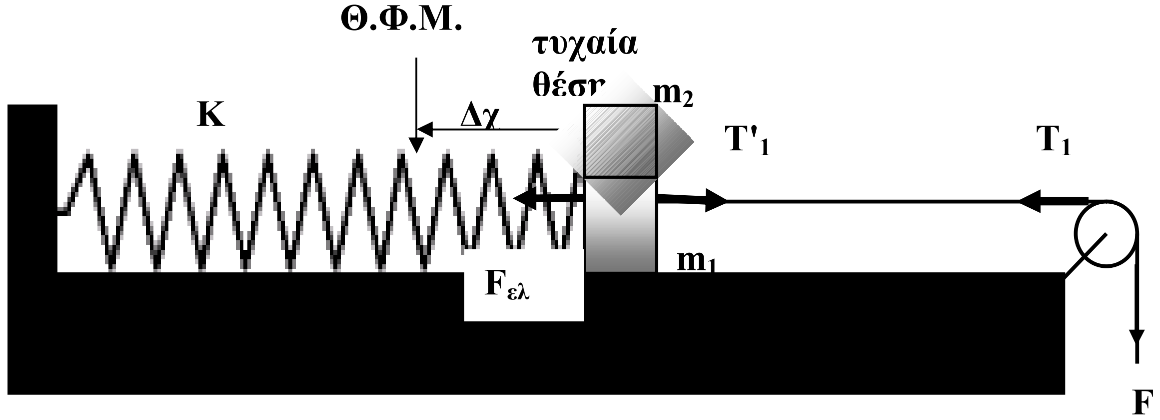
(μονάδες 5)

Δίνεται ότι, **$g=10m/s^2$,** η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ και ημ2α=2·ημα·συνα.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Απάντηση

1. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα κατά τη διεύθυνση κίνησης του όταν το ελατήριο έχει απομακρυνθεί κατά Δχ από τη θέση φυσικού μήκους του (Θ.Φ.Μ.)



Για την τροχαλία ισχύει: $\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow \boxed{F\cdot R - T_1\cdot R = \frac{1}{2}M\cdot R^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}}$ (1)

Για το σύστημα των μαζών m_1 και m_2 ισχύει: $\boxed{T'_1 - F_{\varepsilon\lambda} = (m_1+m_2)\alpha}$ (2)

Για το ελατήριο ισχύει: $F_{\varepsilon\lambda} = K\cdot\Delta\chi$ (3)

Επειδή το νήμα είναι αβαρές θα ισχύει : $T_1 = T'_1$ (4)

2. Όσο η ροπή της $\vec{F}$ είναι μεγαλύτερη από τη ροπή της $\vec{T}_1$ η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας αυξάνεται και αποκτά τη μέγιστη τιμή της όταν μηδενιστεί η επιτάχυνση της, όταν δηλαδή $\Sigma\tau = 0 \rightarrow F\cdot R = T_1\cdot R \rightarrow T_1 = 100N = T'_1$.

Επειδή στη θέση αυτή θα είναι μηδέν και η επιτάχυνση του συστήματος m_1 - m_2 θα είναι $T'_1 = F_{\varepsilon\lambda} \xrightarrow{(3)} F_{\varepsilon\lambda} = 100N \rightarrow K\cdot\Delta\chi_1 = 100 \rightarrow \boldsymbol{\Delta\chi_1 = 0{,}2m}$

Από Θ.Μ.Κ.Ε. προκύπτει $\Delta K = W_F + W_{F\varepsilon\lambda} \rightarrow K_\tau - K_{\alpha\rho\chi} = W_F + W_{F\varepsilon\lambda} \rightarrow K_\tau = W_F + W_{F\varepsilon\lambda} \rightarrow$

$$\frac{1}{2}I\cdot\omega^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon^2 = F\cdot\Delta\chi_1 - \frac{1}{2}K\cdot\Delta\chi_1^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}I\cdot\omega^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2)(\omega\cdot R)^2 = F\cdot\Delta\chi_1 - \frac{1}{2}K\cdot\Delta\chi_1^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,M\cdot R^2\cdot\omega^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2)\omega^2\cdot R^2 = F\cdot\Delta\chi_1 - \frac{1}{2}K\cdot\Delta\chi_1^2 \rightarrow \boxed{\boldsymbol{\omega = 5\sqrt{10}\ rad/s}}$$

3. Η απομάκρυνση $\Delta\chi_2$ του ελατηρίου από τη θέση φυσικού μήκους του γίνεται μέγιστη όταν η ταχύτητα του συστήματος γίνει μηδέν.

Από Θ.Μ.Κ.Ε. προκύπτει $\Delta K = W_F + W_{F\varepsilon\lambda} \rightarrow K_\tau - K_{\alpha\rho\chi} = W_F + W_{F\varepsilon\lambda} \rightarrow 0 = W_F + W_{F\varepsilon\lambda}$

$$\rightarrow 0 = F\cdot\Delta\chi_2 - \frac{1}{2}K\cdot\Delta\chi_2^2 \rightarrow 0 = 100\Delta\chi_2 - \frac{1}{2}500\cdot\Delta\chi_2^2 \rightarrow \Delta\chi_2 = 0 \text{ ή } \boxed{\boldsymbol{\Delta\chi_2 = 0{,}4m}}$$

4. Το σύστημα $m_1 - m_2$ εκτελεί α.α.τ. γύρω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου με πλάτος $A=\Delta\chi_2$ και σταθερά επαναφοράς $D=K=500N/m$ και

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}} = \sqrt{500} \text{ rad/s.}$$

Η σταθερά επαναφοράς του σώματος m_2 θα είναι $D_2=m_2\cdot\omega^2 \rightarrow$ **D_2=250 rad/s** και η δύναμη που το αναγκάζει να εκτελεί α.α.τ. είναι η στατική τριβή

$T_{\sigma\tau}=- D_2 \cdot\Delta\chi$ και επειδή $0\leq T_{\sigma\tau}\leq T_{o\rho}\rightarrow$ $T_{o\rho min}=\left| D_2 \cdot\Delta\chi_2 \right| \rightarrow \boxed{\mathbf{T_{o\rho min}=100N}}$

5. $dW=T_{\sigma\tau}\cdot d\chi \rightarrow \left|\frac{dW}{dt}\right| = \left|T_{\sigma\tau}\cdot\frac{d\chi}{dt}\right| \rightarrow$

$$\left|\frac{dW}{dt}\right| = \left|T_{\sigma\tau}\cdot\upsilon\right| \rightarrow \left|\frac{dW}{dt}\right| = \left|D_2\cdot\Delta\chi_2\cdot\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{2})\cdot\omega\cdot\Delta\chi_2\cdot\sigma\upsilon\nu(\omega t+\frac{\pi}{2})\right| \rightarrow$$

$$\left|\frac{dW}{dt}\right| = \left|\frac{D_2\cdot{\Delta\chi_2}^2\cdot\omega}{2}\cdot\eta\mu 2(\omega t+\frac{\pi}{2})\right| \rightarrow$$

$$\left|\frac{dW}{dt}\right|_{\max} = \left|\frac{D_2\cdot{\Delta\chi_2}^2\cdot\omega}{2}\right| \quad \rightarrow \quad \boxed{\left|\frac{dW}{dt}\right|_{\max} = 200\sqrt{5}\,\frac{J}{s}}$$